

Hàm số $y = ax^2$ và đồ thị

Toán · Lớp 9

Giáo viên: Phúc Hảo

- ▶ Nhận biết được **hàm số** $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và xác định được hệ số a .
- ▶ Hiểu **đồ thị** của hàm số $y = ax^2$ là một đường cong gọi là **parabol**, đỉnh O , trục đối xứng Oy .
- ▶ Lập được **bảng giá trị** và **vẽ đồ thị** parabol trong hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$.
- ▶ Vận dụng tính chất đồ thị để giải bài toán và liên hệ hiện tượng thực tế.

Ý chính: Chỉ với một hệ số a , ta có cả một họ đường cong parabol đẹp và cân đối quanh trục Oy .

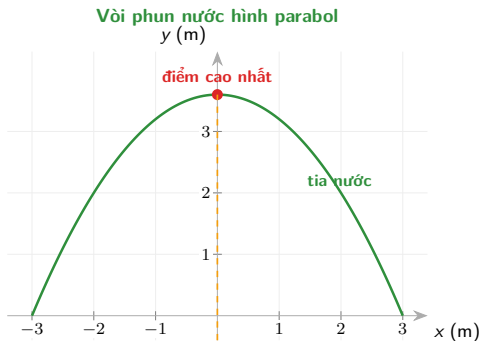
Liên hệ thực tế

Khi bật **vòi phun nước** trong công viên, tia nước vọt lên rồi cong xuống tạo thành một đường cong rất cân đối.

Câu hỏi gợi mở:

- ▶ Đường cong ấy có tên là gì?
- ▶ Vì sao nó luôn **đối xứng** qua điểm cao nhất?
- ▶ Ta mô tả nó bằng **công thức toán** nào?

⇒ Bài học hôm nay sẽ trả lời: đó là **parabol**
 $y = ax^2$.



1

Khái niệm hàm số $y = ax^2$

Hàm số $y = ax^2$ là gì?

Định nghĩa

Hàm số cho bởi công thức

$$y = ax^2 \quad (a \neq 0)$$

được gọi là **hàm số** $y = ax^2$, trong đó x là biến số, a là hằng số khác 0.

- ▶ Điều kiện **bắt buộc**: $a \neq 0$ (nếu $a = 0$ thì $y = 0$, không còn là hàm bậc hai).
- ▶ Biến x nhận **mọi giá trị** thực.
- ▶ Do có x^2 nên y tại x và $-x$ **bằng nhau**.

Ghi nhớ

Nhận dạng nhanh: biến x nằm ở **lũy thừa bậc hai** và **không có** số hạng bậc nhất bx hay hằng số c .

Nhận biết và chỉ ra hệ số a

Liên hệ: Diện tích hình vuông cạnh x là $S = x^2$ — đó chính là hàm số $y = ax^2$ với $a = 1$! Quãng đường vật rơi tự do $s = \frac{1}{2}gt^2$ cũng có dạng này.

Công thức	Có dạng $y = ax^2$?	Hệ số a
$y = 3x^2$	Có	$a = 3$
$y = -\frac{1}{2}x^2$	Có	$a = -\frac{1}{2}$
$y = \sqrt{2}x^2$	Có	$a = \sqrt{2}$
$y = 2x + 1$	Không (bậc nhất)	—
$y = x^2 - 4x$	Không (còn hạng $-4x$)	—

Ý chính: Chỉ hàm số có **đúng một số hạng** ax^2 (với $a \neq 0$) mới là hàm số $y = ax^2$.

2

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ — Đường parabol

Bước 1: Lập bảng giá trị

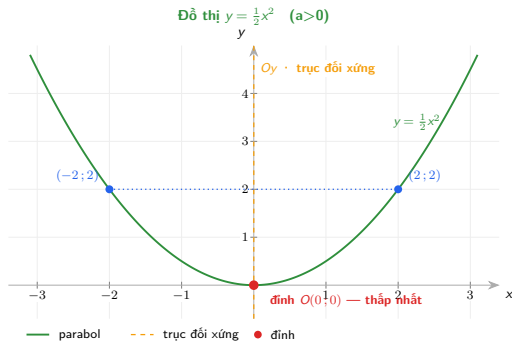
Muốn vẽ đồ thị, trước hết ta **tính y ứng với vài giá trị x** . Xét ví dụ $y = \frac{1}{2}x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Ghi nhớ

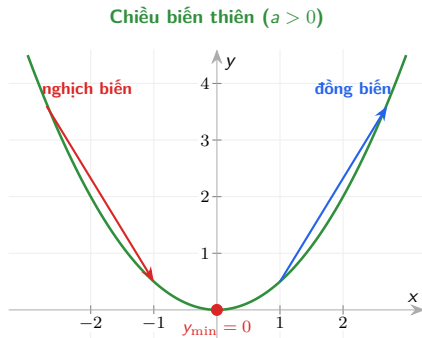
Hai giá trị x **đối nhau** (-2 và 2) cho **cùng một** giá trị y . Đó là lí do đồ thị **đối xứng** qua trục Oy — chỉ cần tính nửa bên phải rồi lấy đối xứng!

Bước 2: Đồ thị khi $a > 0$

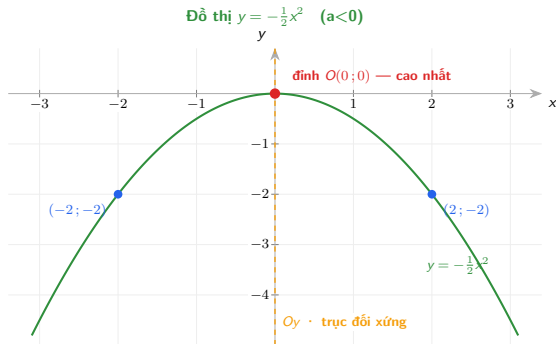


Tính chất khi $a > 0$

- ▶ Đồ thị nằm **phía trên** trục Ox (trừ đỉnh O), tức $y \geq 0$ với mọi x .
- ▶ **Bề lõm** quay lên trên.
- ▶ Đỉnh O là điểm **thấp nhất**: giá trị nhỏ nhất $y = 0$ tại $x = 0$.
- ▶ Khi $x < 0$: hàm **nghịch biến** (đồ thị đi xuống). Khi $x > 0$: hàm **đồng biến** (đi lên).



Đồ thị khi $a < 0$



So sánh hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$

Đặc điểm	$a > 0$	$a < 0$
Bề lõm	quay lên trên	quay xuống dưới
Vị trí so với Ox	phía trên ($y \geq 0$)	phía dưới ($y \leq 0$)
Đỉnh $O(0; 0)$	điểm thấp nhất	điểm cao nhất
Giá trị đặc biệt	$y_{\min} = 0$	$y_{\max} = 0$

Ghi nhớ

Mọi parabol $y = ax^2$ đều có đỉnh là gốc $O(0; 0)$ và nhận **trục** Oy làm trục đối xứng. Dấu của a chỉ quyết định parabol **quay lên hay quay xuống**. **Lỗi thường gặp:** nhớ nhầm đỉnh nằm trên trục Ox — đỉnh luôn là O !

3

Ví dụ vận dụng

Ví dụ 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$

Yêu cầu: Lập bảng giá trị rồi vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$.

Bước 1. Lập bảng giá trị (chọn các x đối xứng qua 0 cho dễ vẽ):

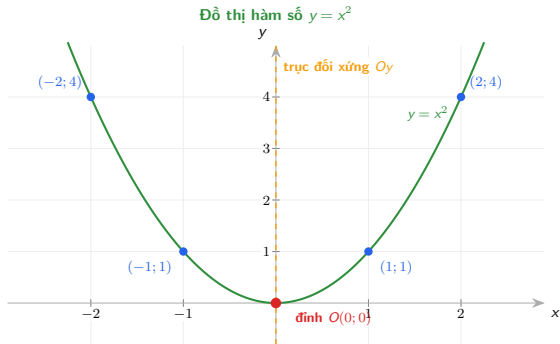
x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Bước 2. Biểu diễn các điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$ lên mặt phẳng tọa độ. Vì sao? Mỗi cặp $(x; y)$ là một điểm thuộc đồ thị.

Bước 3. Nối các điểm bằng **đường cong trơn**, được parabol đỉnh O , trục đối xứng Oy . Vì sao đường cong chứ không phải đường gấp khúc? Vì $y = x^2$ thay đổi liên tục.

Ý chính: Đây là parabol với $a = 1 > 0$ nên **quay bề lõm lên trên**, nằm phía trên trục Ox .

Ví dụ 1: Đồ thị $y = x^2$



Ví dụ 2: Xác định hệ số a

Đề bài: Đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(2; 6)$. Hãy tìm hệ số a và cho biết đồ thị quay bề lõm lên hay xuống.

Bước 1. Điểm A thuộc đồ thị nên tọa độ của A **thỏa mãn** công thức hàm số. *Vì sao?* Mọi điểm trên đồ thị đều nghiệm đúng $y = ax^2$.

$$6 = a \cdot 2^2$$

Bước 2. Thay số và giải phương trình tìm a :

$$6 = 4a \Rightarrow a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

Bước 3. Kết luận: hàm số là $y = \frac{3}{2}x^2$. Vì $a = \frac{3}{2} > 0$ nên đồ thị **quay bề lõm lên trên**.

Ghi nhớ

Muốn tìm a khi biết một điểm của đồ thị: **thay tọa độ điểm** vào $y = ax^2$ rồi giải tìm a . Chú ý bình phương hoành độ trước khi chia.

Câu 1 (Nhận biết)

Trong các hàm số sau, hàm số nào có dạng $y = ax^2$? Chỉ ra a :

$$y = -4x^2; \quad y = 3x - 1; \quad y = \frac{2}{3}x^2.$$

Đáp án: $y = -4x^2$ ($a = -4$) và $y = \frac{2}{3}x^2$ ($a = \frac{2}{3}$); còn $y = 3x - 1$ là hàm bậc nhất.

Câu 2 (Vẽ đồ thị)

Cho hàm số $y = 2x^2$. Hoàn thành bảng giá trị và nêu dạng đồ thị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đáp án: Parabol đỉnh O , trục đối xứng Oy , $a = 2 > 0$ nên bề lõm quay **lên trên**.

Luyện tập nhanh · Nhận biết

Trong các hàm số sau, hàm số nào có dạng $y = ax^2$ ($a \neq 0$)?

A. $y = 5x^2$

B. $y = 5x + 1$

C. $y = \frac{5}{x^2}$

D. $y = 5x^3$

Đáp án đúng: A. $y = 5x^2$ đúng dạng $y = ax^2$ với $a = 5 \neq 0$.

Bấy: **B** là hàm số bậc nhất (biến bậc 1); **C** có x ở *mẫu* nên không phải dạng ax^2 ; **D** là bậc ba. Học sinh dễ chỉ nhìn thấy chữ số 5 mà quên xét bậc của biến.

Luyện tập nhanh · Nhận biết

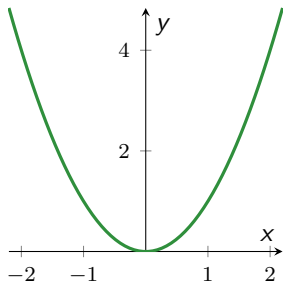
Cho hàm số $y = -4x^2$. Hệ số a của hàm số bằng bao nhiêu?

A. $a = 4$ **B.** $a = -4$

C. $a = -4x^2$ **D.** $a = x^2$

Đáp án đúng: B. Hệ số a là số đứng trước x^2 , kể cả dấu, nên $a = -4$.

Bẫy: **A** quên mất dấu trừ (lỗi rất hay gặp); **C** và **D** nhầm hệ số với cả biểu thức chứa biến. Hệ số a luôn là một số, không kèm x^2 .



Luyện tập nhanh · Nhận biết

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ (như hình) là một parabol đỉnh O . Trục đối xứng của nó là đường nào?

- A. Trục Oy
- B. Trục Ox
- C. Đường $y = x$
- D. Không có trục đối xứng

Đáp án đúng: A. Parabol $y = ax^2$ nhận trục tung Oy làm trục đối xứng, đỉnh nằm tại gốc O .

Bây: **B** nhầm sang trục hoành (do quen với đồ thị "nằm ngang"); **C** nhầm với đường phân giác; **D** nghĩ đường cong thì không đối xứng — thực ra parabol luôn đối xứng qua Oy .

Luyện tập nhanh · Thông hiểu

Cho hàm số $y = 2x^2$. Giá trị của y khi $x = -3$ là:

A. $y = 18$

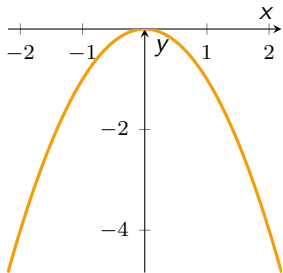
B. $y = -18$

C. $y = -6$

D. $y = 36$

Đáp án đúng: A. $y = 2 \cdot (-3)^2 = 2 \cdot 9 = 18$.

Bẫy: **B** tính $(-3)^2 = -9$ (sai: bình phương luôn không âm); **C** lấy $2 \cdot (-3) = -6$ (quên bình phương); **D** bình phương cả $2x$: $(2 \cdot (-3))^2 = 36$. Nhớ: bình phương chỉ tác dụng lên x .



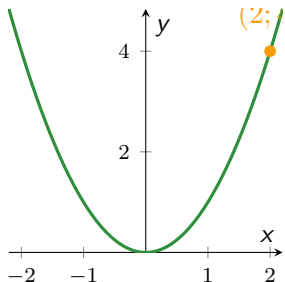
Luyện tập nhanh · Thông hiểu

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ có bề lõm quay *xuống* dưới như hình. Khi đó dấu của hệ số a là:

- A. $a > 0$
- B. $a < 0$
- C. $a = 0$
- D. $a = 1$

Đáp án đúng: B. Bề lõm quay xuống nên $a < 0$; đỉnh O là điểm cao nhất của đồ thị.

Bẫy: **A** đọc ngược quy tắc (lõm lên mới là $a > 0$); **C** nếu $a = 0$ thì không còn là hàm $y = ax^2$; **D** $a = 1 > 0$ cho bề lõm quay lên, trái với hình.



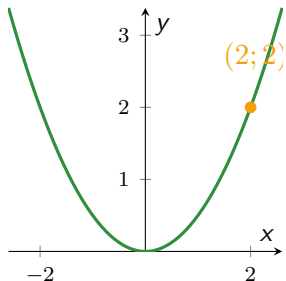
Luyện tập nhanh · Thông hiểu

Cho đồ thị hàm số $y = x^2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị?

- A. $(-2; 4)$
- B. $(2; -4)$
- C. $(-2; -4)$
- D. $(4; 2)$

Đáp án đúng: A. Thay $x = -2$: $y = (-2)^2 = 4$, nên $(-2; 4)$ thuộc đồ thị.

Bấy: **B, C** cho $y < 0$ trong khi $y = x^2 \geq 0$ (đồ thị nằm trên trục hoành); **D** hoán đổi vai trò x và y : $(4; 2)$ nghĩa là $x = 4, y = 2$ nhưng $4^2 = 16 \neq 2$.



Luyện tập nhanh · Vận dụng

Parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $(2; 2)$ như hình.
Giá trị của a là:

A. $a = \frac{1}{2}$

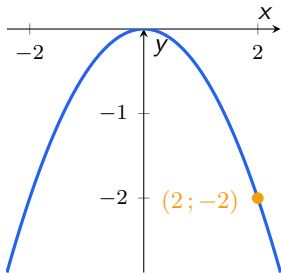
B. $a = 1$

C. $a = 2$

D. $a = 4$

Đáp án đúng: A. Thay $x = 2, y = 2$: $2 = a \cdot 2^2 = 4a \Rightarrow a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Bây: **B** lấy $a = \frac{y}{x} = \frac{2}{2} = 1$ (quên bình phương x); **C** lấy $a = \frac{x^2}{y}$ (đảo ngược tỉ số); **D** chỉ lấy $x^2 = 4$. Luôn dùng $a = \frac{y}{x^2}$.



Luyện tập nhanh · Vận dụng

Tia nước của một đài phun được mô tả gần đúng bằng parabol $y = ax^2$ đỉnh O , đi qua điểm $(2; -2)$. Hệ số a bằng:

A. $a = -\frac{1}{2}$

B. $a = \frac{1}{2}$

C. $a = -2$

D. $a = -1$

Đáp án đúng: A. Thay $x = 2$, $y = -2$: $-2 = a \cdot 2^2 = 4a \Rightarrow a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$.

Bây: **B** quên dấu $y < 0$ (tia nước rơi xuống nên $a < 0$); **C** lấy $a = \frac{y}{x} = \frac{-2}{2} = -1$?
thực ra đó là **D**; **C** chỉ lấy $y = -2$. Bề lõm quay xuống khẳng định $a < 0$.

- ▶ **Bài 1.** Trong các hàm số $y = 3x^2$, $y = \frac{2}{x}$, $y = -x^2$, $y = x - 1$, hãy chỉ ra các hàm số dạng $y = ax^2$ và nêu hệ số a .
- ▶ **Bài 2.** Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$. Lập bảng giá trị với $x = -2; -1; 0; 1; 2$ rồi vẽ đồ thị.
- ▶ **Bài 3.** Parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-2; 8)$. Tìm a và cho biết bề lõm quay lên hay xuống.

Gợi ý

Bài 1: xét bậc của biến và điều kiện $a \neq 0$. Bài 2: tính y theo từng x , chấm 5 điểm rồi nối cong đối xứng qua Oy . Bài 3: dùng $a = \frac{y}{x^2}$; dấu của a quyết định bề lõm.

- ▶ **Bài 1.** Cho $y = \frac{3}{4}x^2$. Tính y khi $x = -2; 0; 4$.
- ▶ **Bài 2.** Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$.
- ▶ **Bài 3.** Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2$ trên cùng một hệ trục.
- ▶ **Bài 4.** Tìm a biết parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $M(3; -3)$.
- ▶ **Bài 5.** Điểm nào thuộc đồ thị $y = x^2$: $A(-3; 9)$, $B(2; -4)$, $C(0; 1)$? Giải thích.

Đọc trước: Xem trước bài "*Phương trình bậc hai một ẩn*" — mối liên hệ giữa đồ thị parabol và nghiệm phương trình.

Bảng tóm tắt: Tính chất đồ thị $y = ax^2$

Đặc điểm	$a > 0$	$a < 0$
Dạng đồ thị	Parabol	Parabol
Đỉnh	$O(0; 0)$	$O(0; 0)$
Trục đối xứng	Oy	Oy
Bề lõm	Quay lên	Quay xuống
Vị trí so với Ox	Nằm trên ($y \geq 0$)	Nằm dưới ($y \leq 0$)
Đỉnh O là	Điểm thấp nhất	Điểm cao nhất

Ghi nhớ: dấu của a chỉ quyết định *bề lõm*; đỉnh và trục đối xứng luôn cố định.

Bảng tóm tắt: Các bước vẽ đồ thị

Bước	Việc làm	Ví dụ $y = x^2$
1	Xác định dấu a (bề lõm)	$a = 1 > 0$: lõm lên
2	Lập bảng giá trị (5 điểm)	
3	Chấm các điểm lên hệ trục	$(\pm 2; 4), (\pm 1; 1), (0; 0)$
4	Nối cong, đối xứng qua Oy	Parabol đỉnh O

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

- ▶ **Nhận biết:** Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có biến x ở bậc hai; hệ số a là số đứng trước x^2 , luôn kèm theo dấu.
- ▶ **Đồ thị:** Là một parabol đỉnh $O(0;0)$, nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.
- ▶ **Vai trò của a :** $a > 0$ thì bề lõm quay lên, đồ thị nằm trên Ox ; $a < 0$ thì bề lõm quay xuống, đồ thị nằm dưới Ox .
- ▶ **Kĩ năng:** Vẽ đồ thị qua bảng giá trị và tận dụng tính đối xứng để chấm điểm nhanh, chính xác.

Liên hệ: Nhiều hình ảnh quen thuộc — tia nước đài phun, quỹ đạo quả bóng, cổng vòm — đều có dạng parabol của hàm số $y = ax^2$.

Cảm ơn các em đã lắng nghe!

Bài giảng biên soạn với EduFlow · agentra.io.vn
